

2. On calcule $\vec{F} = (qB\overline{v}_y, -qBv_x, 0)$. Comme $m\vec{a} = (\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt})$, on obtient le système :

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = qBv_y \\ m \frac{dv_y}{dt} = -qBv_x \\ m \frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases}$$

v_z est donc constante, et de plus en dérivant deux fois v_x on a : $\frac{d^2 v_x}{dt^2} = qB \frac{dv_y}{dt} = -(qB/m)^2 v_x$.

Il s'agit d'une équation différentielle homogène du second ordre à coefficients constants. Elle admet donc comme solution $v_x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, où $\omega = qB/m$ et A, φ sont des paramètres réels.

On obtient en dérivant $mv_y = -\frac{1}{qB} A \omega \sin(\omega t + \varphi)$, soit $v_y = -A \sin(\omega t + \varphi)$.

Les primitives de v_x, v_y, v_z donnent les coordonnées du vecteur position. Et ce qui précède montre que, selon x et y la particule décrit un cercle (x et y sont respectivement un cosinus et un sinus de même amplitude, même pulsation, même phase), alors que selon z elle a un mouvement rectiligne uniforme : finalement, la particule dans ce champ magnétique décrit une hélice.

(d) On calcule $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $AB = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -2 \\ -3 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.